

DEPARTAMENTO: *Matemática*

---



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE  
**Centro Regional Universitario Bariloche**

Materia: CÁLCULO III

Departamento: MATEMATICA

Régimen: CUATRIMESTRAL

Carrera: PROFESORADO EN MATEMÁTICA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

Cuatrimestre: SEGUNDO

Año: 2011

Profesora encargada de cátedra : Prof. Carolina Biscayart

Asistente de docencia: Lic. Viviana Ramirez

Ayudante de primera: Lic. Damián Hernández Lahme

**ASIGNATURAS CORRELATIVAS:**

**Aprobadas:** CÁLCULO I

**Cursadas:** CÁLCULO II

GEOMETRIA ANALÍTICA

## 1. FUNDAMENTACION:

Es importante la introducción de funciones de varias variables desde su amplio campo de aplicación y desde el marco teórico previo de funciones de una variable apuntando respectivamente a la relevancia de estos temas y a su comprensión. Es también necesario contextualizar estos temas dentro de la física, la geometría y/o el álgebra lineal para construir marcos de análisis globales que permitan extraer de una situación matemática la mayor cantidad de implicancias y relaciones posibles en cada nudo de interés.

El curso comenzará con un análisis exhaustivo de funciones escalares presentando analogías y diferencias en la construcción del cálculo (límite, continuidad, diferenciabilidad, extremos) respecto al análisis de funciones reales de una sola variable; y se explotará el aspecto gráfico en funciones con dominios incluidos en el plano. Se trabajará con distintas coordenadas.

Se profundizará en el estudio de trayectorias complementando contenidos ya vistos en análisis matemático, orientando este estudio al análisis vectorial.

Se introducirá el concepto de campo vectorial, en continua ida y vuelta con sus aplicaciones y representación.

Se desarrollarán los temas del cálculo: diferenciabilidad, e integración en funciones escalares y vectoriales, viendo caracterización, analogías, y diferencias, a través de las definiciones, demostraciones de los teoremas, interpretaciones físicas y relaciones. Se trabajará con distintas coordenadas estando presente continuamente el teorema de cambio de variables.

Por último los teoremas del cálculo vectorial (Green, Gauss, Stokes) serán maravillosos exponentes respecto a relaciones teóricas que representen la construcción histórica del cálculo, la capacidad de la matemática de responder a problemas físicos y la síntesis del cuerpo teórico de la materia.

## 2. OBJETIVOS:

- Que el alumno se apropie de los contenidos mínimos de la materia de modo que pueda identificarlos, relacionarlos y organizarlos frente a una situación problemática que los involucre .
- Que recurra y utilice los conceptos previos aprendidos anteriormente en Cálculo, Álgebra y Geometría para la incorporación de los temas
- Que pueda realizar un estudio exhaustivo de una función en varias variables y sus implicancias.
- Que recurra a los gráficos y visión geométrica en general en todos los casos que sea posible.
- Que recurra al uso de bibliografía
- Que el cálculo no pierda relación con el resto de las materias que el alumno cursó y/o está cursando.

- Que sepa expresar teóricamente los conceptos básicos del análisis vectorial, los contextualice y sepa establecer diferencias y analogías con el cálculo en una variable
- Que sepa las aplicaciones básicas de estos conceptos con claridad

### 3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS ( contenidos mínimos)

Funciones de varias variables. Geometría de funciones escalares. Conjuntos de nivel y corte con los planos. Límites y continuidad. Diferenciabilidad. Derivadas parciales. Derivadas direccionales y gradiente. Derivadas sucesivas. Teorema de Taylor. Extremos. Multiplicadores de Lagrange. Teorema de la función implícita. Aplicaciones. Integrales dobles. Área. Aplicaciones físicas. Cambio de orden de integración. Coordenadas polares. Cambio de coordenadas. Integrales triples. Geometría de funciones de  $\mathbb{R}^2$  en  $\mathbb{R}^2$ . Coordenadas cilíndricas y esféricas. Teorema de cambio de variables. Aplicaciones. Integrales de línea y de trayectoria. Longitud de curvas. Superficies parametrizadas. Area de una superficie. Integrales de funciones escalares y vectoriales sobre superficies. Teorema de Green. Teorema de Stokes. Campos conservativos. Teorema de Gauss.

### 4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

#### UNIDAD I: INTRODUCCIÓN

Nociones de geometría analítica. Operaciones entre vectores. Cónicas y cuádricas. Conceptos de topología. Conjuntos abiertos y cerrados, acotados, compactos. Puntos interiores, exteriores y frontera. Puntos de acumulación y aislados. Variables cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas.

#### UNIDAD II: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

Funciones escalares y campos vectoriales. Gráfica de una función. Conjuntos de nivel de funciones escalares. Superficies de revolución. Representación gráfica de campos vectoriales.

#### UNIDAD III: DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES ESCALARES

Límites. Límites iterados. Continuidad. Diferenciación. Regla de la cadena. Derivadas parciales. Diferenciabilidad. Plano tangente. Propiedades. Derivadas direccionales y gradiente de una función escalar. Propiedades y relaciones. Derivadas iteradas y teorema de Taylor.

#### UNIDAD IV : DIFERENCIACIÓN DE CAMPOS VECTORIALES

Límites. Continuidad. Derivadas parciales. Diferenciabilidad. Propiedades. Trayectoria, velocidad y aceleración. Parametrización. Longitud de arco. Divergencia y rotor. Propiedades y aplicaciones.

#### UNIDAD V: EXTREMOS

Derivadas de orden superior. Extremos y puntos críticos. Métodos. Extremos restringidos, multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones.

#### **UNIDAD VI: INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ESCALARES**

Integrales dobles sobre dominios sencillos. Límites y dominio de integración. Cambio de orden de integración. Área. Aplicaciones físicas: Centro de masa y momento de inercia. Coordenadas polares. Cambio de coordenadas. Teorema de cambio de variables. Aplicaciones. Integrales triples. Volumen. Otras aplicaciones. Geometría de las funciones de  $\mathbb{R}^2$  en  $\mathbb{R}^2$ . Coordenadas cilíndricas y esféricas

#### **UNIDAD VII: INTEGRALES DE LÍNEA Y DE SUPERFICIE**

Integrales de trayectoria. Integrales de línea. Longitud de curvas. Superficies parametrizadas, Área de una superficie. Integrales de funciones escalares y vectoriales sobre superficies. Aplicaciones

#### **UNIDAD VIII: ANÁLISIS VECTORIAL**

Teorema de Green. Teorema de Stokes. Campos conservativos. Teorema de Gauss. Aplicaciones.

#### **UNIDAD IX: FUNCIONES IMPLÍCITAS**

Teorema de la función implícita. Derivación.

### **5. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA**

- ♦ Cálculo vectorial. Marsden y Tromba (Fondo Educativo interamericano)
- ♦ Calculus II. Apóstol. (Reverté)
- ♦ Análisis Vectorial. Spiegel (Schaums)
- ♦ Análisis Matemático II. Rey Pastor, Calleja y Trejo
- ♦ Cálculo. Larson, Hostetler y Edwards. (Mc Graw Hill)
- ♦ Calculus. Salas, Hillie y Anderson. (John Willey and sons)
- ♦ Cálculo infinitesimal. Spivak (Reverté)
- ♦ El cálculo con geometría analítica. Leithold. (Harla, México)

### **6. PROPUESTA METODOLÓGICA:**

El orden de la presentación de unidades y contenidos se escogió teniendo en cuenta los conocimientos previos de los alumnos y en esta progresión los temas logran relacionarse y encajar unos con otros sin quedar aislados. Se sabe que la mayoría de estos contenidos pueden verse desde diferentes lugares pero esta elección pretende confundir lo menos posible al alumno mostrando ejes conceptuales claros (por ejemplo se ve campos vectoriales, divergencia y rotacional antes que integración).

Para lograr estos objetivos se dictarán clases teóricas donde se presentarán los conceptos, se demostrarán los teoremas que los involucran y se resolverán diversos ejercicios (que apunten a distintas

habilidades y con distintos niveles de dificultad) donde entren en juego, como también así se trabajará con las aplicaciones fundamentales de estos cuerpos teóricos. En estas clases se mostrará mediante filminas en los casos que lo permitan, gráficos para que con la componente geométrica y/o esquemática se ayude a la interpretación de los temas.

También se establecerán por el profesor clases de consultas donde el alumno acuda una vez leída y analizada la teoría para consultar sobre sus dudas y reconstruir entre los que participen los cuerpos teóricos y sus relaciones a través de las inquietudes que se le presenten a él y/o a otros compañeros que asistan.

Por supuesto el resto de las clases estará dado por clases prácticas cuya finalidad es que el alumno complete con el apoyo del ayudante de cátedra y/o el profesor los trabajos prácticos que serán entregados al comienzo de la materia. El trabajo práctico general consistirá en una guía de ejercicios por cada unidad a desarrollar, donde en cada una de ellas figuren ejercicios de identificación, ejercicios mecánicos, ejercicios teóricos y de contraste (donde se hallen errores en un razonamiento o se fundamenten listas de verdaderos y falsos, etc), ejercicios de aplicación y ejercicios que apunten a la autonomía del alumno o a la real comprensión de los temas, que serán los ejercicios llamados integradores ya sean en algún problema de aplicación o no (\*). Las aplicaciones serán fundamentalmente a problemas de ingeniería. La progresión de los ejercicios será según su nivel de dificultad.

Se trabajará con apuntes teóricos en caso de demostraciones más complicadas para que el alumno centre su atención en los desarrollos en vez de copiar mecánicamente y pueda así tomar apuntes de otras cuestiones de interés o justificación de pasos. También se presentarán apuntes sobre temas complementarios (que por limitaciones de tiempo no se ven en el curso o se ven en cursos posteriores) que no hacen al núcleo de la materia pero sí a su comprensión general.

**Utilitarios:** Es interesante sobre todo para el análisis de funciones escalares de dos variables, el análisis de sus gráficas, y para alumnos de estas carreras también saber como obtenerlas en computadora por esto si el tiempo lo permite se puede trabajar con graficadores sencillos. La cátedra como mínimo dará unos apuntes para que utilicen el software de “*Mathematica*” en esta dirección para discutir sus resultados viendo la gráfica de funciones algo complicadas.

## **7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACION:**

Se tomarán dos parciales y se pedirá la presentación de un trabajo especial. Cada parcial tendrá una instancia recuperatoria. En el primer parcial se evaluarán los contenidos de la unidad 1 hasta la unidad 5 inclusive. En el segundo se evaluarán los contenidos de las unidades restantes. Para el alumno que no haya aprobado el parcial habrá clases de consultas previas al recuperatorio. Si el alumno no aprueba uno de los parciales ni su recuperatorio pierde la calidad de regular.

El trabajo especial consiste en el planteo y resolución de un problema mediante un núcleo teórico de la materia con su debida fundamentación. Este problema será de la física, mecánica, electrónica, etc o de cualquier área de interés del alumno. Dado que esta materia está orientada a la

formación de profesores puede el trabajo especial apuntar al análisis de teoremas, implicancias y contexto, o al desarrollo detallado de un eje conceptual. Este trabajo puede ser presentado en cualquier momento de la cursada y tiene carácter obligatorio. Este desarrollo puede (como no) contribuir a la calificación conjunta del parcial que contenga los temas escogidos. La finalidad de este trabajo es cumplimentar con los objetivos anteriormente planteados.

La aprobación de cada parcial no consistirá en un número de ítems aprobados sino en el manejo general de contenidos mínimos evaluados y cada parcial consistirá en ejercicios de distinta índole (\*) cuyo grado de dificultad no será superior al de las prácticas. Se aprobará con nota no inferior a 6 (seis)

Se puede promover la materia sin examen final aprobando los parciales (o sus recuperatorios) con nota no menor a 8 (ocho) y teniendo aprobada la entrega del trabajo especial. La nota final será el promedio de esas notas obtenidas.

**8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:**

<b>Teóricos :</b>	Miércoles de 9 a 11 hs
	Viernes de 9 a 11 hs
<b>Prácticas:</b>	Martes de 18 a 20 hs
	Jueves de 18 a 20 hs.
<b>Consultas:</b>	Martes de 18 a 20 hs

**PROFESOR**



Carolina Biscayart

**CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO**



(firma y aclaración)

**CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE**

Prof. María M. Fernandez  
Secretaría Académica  
Centro Regional Universitario Bariloche  
Universidad Nacional del Comahue